

利用者名：コンピュータサイエンス学部 助教 大野由美子

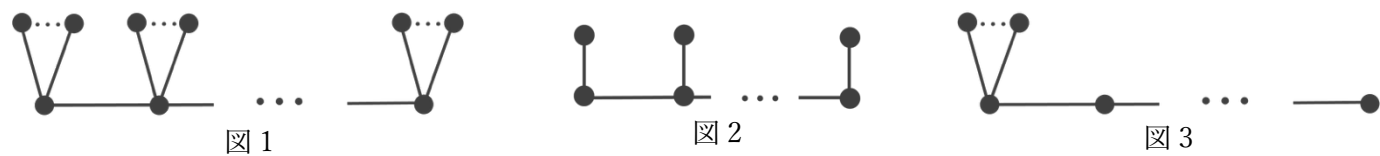


Title:	The achromatic number and the pseudoachromatic number of caterpillars
論文名 (和訳)	キャタピラにおけるグラフの特別な彩色の不変量について
Authors:	松本直己(琉球大学 講師), 大野由美子(東京工科大学 助教)
Journal:	Discrete Applied Mathematics 391 (2026) 456-463
掲載年月	2026 年 5 月

研究概要：k 色から選んだどの 2 色のペアも辺の両端点に現れるようなグラフの彩色に対し，あるグラフがその彩色を持つときの k の最大値を achromatic number という．同様に着色で定義したものを pseudoachromatic number という．本研究ではまず，これらの不変量に対し，単純な構造のグラフでもそれらの値を求めることが計算量的に難しいことを証明した．また，これらの不変量について立てられている予想が，ある条件を満たすキャタピラでは成り立つことを示し，さらにいくつかの特別なキャタピラに対して，これらの不変量を完全決定した．

研究背景：achromatic number と pseudoachromatic number は 1970 年頃に定義され，それから多くの研究者によって今日まで研究が行われている．その中で，木グラフに対し，achromatic number と pseudoachromatic number の差が 1 以下となる，という予想が立てられているが，未だにこれは解かれていない．また，木グラフのこれらの不変量の値を求めることは計算量的に難しいことが知られており，これらの不変量の値が完全決定されているグラフクラスは現状でも非常に少ない．

研究成果：本研究では，道グラフに近い単純な構造を持つグラフでさえも，これらの不変量の値を求めることが計算量的に難しいことを証明した．また，図 1 に示すようなキャタピラでは先述の予想が成り立つことを証明し，図 2, 3 に示すキャタピラの不変量の値の完全決定も行った．



社会への影響：予想の部分解決に成功したことで，予想の完全解決へ寄与することができた．また，値を求めるのが難しいことが知られている不変量に対し，いくつかのグラフクラスでその値を完全決定したことで，今後のブレイクスルーとなることが期待される．

専門用語：

- グラフ**：頂点と辺から成る組み合わせ的構造．
- グラフの彩色**：辺で結ばれた頂点が異なる色となるように，グラフの頂点へ色を割り当てること．
- グラフの着色**：グラフの頂点へ色を割り当てること．
- 木グラフ**：閉路(サイクル)を持たない連結なグラフ．
- 道グラフ**：頂点 $v_1, v_2, \dots, v_n$ と， $1 \leq i \leq n-1$ に対し， v_i と v_{i+1} を結ぶ辺から成るグラフ．
- キャタピラ**：辺がちょうど 1 本だけ接続している頂点を取り除くと道グラフになるような木グラフ．